

СТРУКТУРНЫЙ И ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ СИСТЕМЫ ПРОИЗВОДСТВА В РАСПРЕДЕЛЁННОЙ СЕТИ ПОТРЕБЛЕНИЯ

© Л. Г. Раскин, В. В. Карпенко

Предложен подход для решения задачи определения рационального количества пунктов производства и мест их расположения в распределённой сети потребления в условиях неопределённости. Особенностью решаемой задачи является необходимость учета недетерминированных факторов и проведения расчета большого числа расстояний в неевклидовой метрике. Описан метод, позволяющий выполнить необходимые расчеты без использования ресурсоемких вычислительных процедур

Ключевые слова: нечеткие исходные данные, расположение пунктов производства, распределенная система потребления

An approach to solve the problem of determining the rational number of production points and their locations in a distributed consumption network in uncertainty conditions is proposed. The peculiarity of this problem is a necessary to account the nondeterministic factors and calculation of a large number of distances in non-Euclidean metric. A method that allows to perform the necessary calculations without demanding computational procedures is described

Keywords: fuzzy initial data, location of production points, distribution consumption system

1. Введение

Методика отыскания рационального числа и расположения предприятий изготовителей в распределенной системе спроса. Предприятие производит некоторый продукт массового потребления, который распределяется в соответствии с заказом. Производственные мощности предприятия позволяют организовать несколько пунктов производства (ПП). Задача состоит в расчете рационального числа этих пунктов и определении мест их расположения в городе, обеспечивающие получение максимальной прибыли. Естественный подход к решению этой задачи – формирование кластеров (по числу пунктов производства) [1]. Критерий эффективности получаемого решения – прибыль, равная разности между доходом от реализации продукта (не зависит от расположения ПП) и расходами на его доставку (зависят от расположения ПП). Эти расходы определяются расстояниями между пунктами производства и потребления.

Особенности рассматриваемой задачи, отличающие её от стандартных задач кластеризации, состоят в следующем. Во-первых, эти расстояния нужно вычислять не в евклидовой метрике, а в специфической метрике «городских кварталов» с учетом реальных магистралей города. Во-вторых, реальные затраты на доставку продукта к конкретному потребителю зависят не только от расстояния до него, но и от большого числа других недетерминированных факторов (время года, время суток, состояния дороги, погодные условия и т. д.). По совокупности этих причин затраты нужно оценивать в условиях неопределённости [2–4]. При этом воздействующие факторы не вполне корректно считать случайными величинами, поскольку закон их распределения не известен, и определение его с использованием статистической обработки реальных данных не представляется возможным. В этой ситуации возникающую здесь неопределённость целесообразно описать в терминах

нечеткой математики [5–10]. Сформулируем задачу рациональной организации системы производства продукта и доставки его потребителям в условиях распределённого спроса с учетом нечеткости исходных данных.

Производимый продукт потребляется множеством клиентов, относительно каждого из которых известны декартовы координаты (x_j, y_j) , $j = 1, 2, \dots, m$, и интенсивность спроса β_j . Необходимо определить рациональное число пунктов производства продукта и места их расположения, обеспечивающие получение максимальной прибыли.

2. Литературный обзор

Задача рационального размещения производственных мощностей в распределённой системе потребления традиционно решается путем разбиения множества пунктов спроса на кластеры по числу пунктов производства [2, 4]. Известные технологии кластеризации [5, 6] обеспечивают получение приближенного решения этой задачи. Причина неудовлетворительной точности кластеризации состоит в использовании при расчете расстояния между пунктами производства и потребления евклидовой метрики. С другой стороны, точный расчет расстояний в метрике «городских кварталов» требует детальной информации о системе городских магистралей с учетом всех их особенностей, в том числе одностороннего движения на некоторых улицах. Решение задачи в этом случае требует значительных временных и вычислительных затрат, что делает практически невозможным применение точного метода кластеризации в задачах реальной размерности (несколько тысяч пунктов потребления).

3. Цель и задачи исследования

В соответствии с этим сформулируем цель исследования – нахождение более точного метода ре-

шения задачи рационального размещения производственных мощностей.

Для осуществления поставленной цели была решена задача разработки метода структурного и параметрического синтеза системы производства в распределенной сети потребления. Этот метод должен удовлетворять следующим требованиям:

1) задача кластеризации должна быть решена с учетом расстояний, вычисляемых в метрике «городских кварталов»;

2) по результатам решения задачи кластеризации метод должен обеспечить отыскание рационального размещения центров производства по критерию – средние транспортные затраты при доставке продукта потребителям;

3) для любой пары «пункт производства – пункт потребления» расстояние должно вычисляться для кратчайшего маршрута между ними;

4) метод должен обеспечивать возможность решения задач реальной размерности за приемлемое время.

4. Разработка метода структурного и параметрического синтеза системы производства в распределенной сети потребления

Решение задачи получим поэтапно перебором по числу пунктов производства, начиная с одного. Во всех случаях схема решения задачи однотипна.

Для заданного числа пунктов производства выбирается начальное их расположение и решается задача кластеризации пунктов потребления. Далее для каждого из полученных кластеров отыскивается новое положение соответствующего центра производства. Далее процедура повторяется. Сходимость этой процедуры доказана.

Рассмотрим технологию решения данной задачи подробнее.

Этап 1. Выберем координаты (x_0, y_0) начального расположения единственного центра производства

$$x_0 = \frac{1}{2} \left[\max_j \{x_j\} + \min_j \{x_j\} \right],$$

$$y_0 = \frac{1}{2} \left[\max_j \{y_j\} + \min_j \{y_j\} \right].$$

Расстояние между центром производства и произвольным пунктом потребления следует определять по карте города с учетом реальных магистралей и конкретных особенностей каждого из участков маршрута (например, наличие одностороннего движения). Это технически не сложная, но трудоемкая, процедура, использование которой для реальной числа клиентов (несколько тысяч) обременительно. В связи с этим предлагается следующий эмпирический подход.

Для пары точек (x_0, y_0) и (x_j, y_j) рассчитаем

$$R_{0j}^{(1)} = \left[(x_0 - x_j)^2 + (y_0 - y_j)^2 \right]^{\frac{1}{2}},$$

$$R_{0j}^{(2)} = |x_0 - x_j| + |y_0 - y_j|.$$

Теперь искомое расстояние между точками (x_0, y_0) и (x_j, y_j) определим как взвешенную линейную комбинацию $R_{0j}^{(1)}$ и $R_{0j}^{(2)}$:

$$\hat{R}_{0j} = (1 - \lambda) R_{0j}^{(1)} + \lambda R_{0j}^{(2)} =$$

$$= (1 - \lambda) \left[(x_0 - x_j)^2 + (y_0 - y_j)^2 \right]^{\frac{1}{2}} +$$

$$+ \lambda \left[|x_0 - x_j| + |y_0 - y_j| \right]. \quad (1)$$

Неизвестный параметр $\lambda \in [0; 1]$ найдем методом наименьших квадратов. При этом для некоторого произвольным образом выбранного набора пунктов потребления с координатами (x_j, y_j) , $j = 1, 2, \dots, n$, определим по карте истинные расстояния R_{0j} , $j = 1, 2, \dots, n$, после чего минимизируем λ по сумме квадратов отклонения \hat{R}_{0j} от R_{0j} . Имеем

$$J = \sum_{j=1}^n (\hat{R}_{0j} - R_{0j})^2 =$$

$$= \sum_{j=1}^n \left[(1 - \lambda) \left[(x_0 - x_j)^2 + (y_0 - y_j)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \lambda \left[|x_0 - x_j| + |y_0 - y_j| \right] - R_{0j} \right]^2 =$$

$$= \sum_{j=1}^n \left[(1 - \lambda) R_{0j}^{(1)} + \lambda R_{0j}^{(2)} - R_{0j} \right]^2 = \sum_{j=1}^n \left[\lambda R_{0j}^{(2)} - \lambda R_{0j}^{(1)} + R_{0j}^{(1)} - R_{0j} \right]^2 =$$

$$= \sum_{j=1}^n \left[\lambda (R_{0j}^{(2)} - R_{0j}^{(1)}) - (R_{0j} - R_{0j}^{(1)}) \right]^2 = \sum_{j=1}^n \left[\lambda a_j - b_j \right]^2, \quad (2)$$

$$a_j = R_{0j}^{(2)} - R_{0j}^{(1)},$$

$$b_j = R_{0j} - R_{0j}^{(1)}.$$

Минимизируем (2) по λ . Имеем

$$\frac{dJ}{d\lambda} = 2 \sum_{j=1}^n (\lambda a_j - b_j) \cdot a_j =$$

$$= 2 \sum_{j=1}^n (\lambda a_j^2 - a_j b_j) = 2\lambda \sum_{j=1}^n a_j^2 - 2 \sum_{j=1}^n a_j b_j = 0,$$

откуда

$$\lambda = \frac{\sum_{j=1}^n a_j b_j}{\sum_{j=1}^n a_j^2}. \quad (3)$$

В целях упрощения вычислений по формулам (2) осуществим параллельный перенос системы координат таким образом, чтобы её начало совпало с центром производства. При этом $x_0 = y_0 = 0$,

$$R_{0j}^{(1)} = (x_j^2 + y_j^2)^{\frac{1}{2}}, R_{0j}^{(2)} = |x_j| + |y_j|,$$

$$a_j = |x_j| + |y_j| - (x_j^2 + y_j^2)^{\frac{1}{2}}, b_j = R_{0j} - (x_j^2 + y_j^2)^{\frac{1}{2}}.$$

Результаты вычислений для выбранных случайным образом пятидесяти пунктов сведен в табл. 1, фрагмент которой приведен.

Таблица 1

Исходные данные для расчета параметра λ

№ п/п	x_j	y_j	R_{0j}	$(x_j^2 + y_j^2)^{\frac{1}{2}}$	$ x_j + y_j $	a_j	b_j	a_j^2	$a_j b_j$
1	11	24	29,1	26,4	35	8,6	2,7	73,96	23,22
2	16	3	17,8	16,3	19	2,7	1,5	7,29	4,05
3	27	18	39,2	32,4	45	12,6	6,8	158,76	85,68
...									
50	14	8	19,6	16,1	22	5,9	3,5	34,86	20,05

В результате расчетов получаем оценку параметра λ , равную $\hat{\lambda} = 0,41$. При этом оценка расстояния между точками (x_0, y_0) , (x_j, y_j) получаем с учетом (1):

$$\hat{R}_{0j} = 0,59R_{0j}^{(1)} + 0,41R_{0j}^{(2)}, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (4)$$

На этом этапе процедура кластеризации не нужна. Поэтому положение центра производства определяется в результате минимизации взвешенной суммы расстояний от пунктов потребления до центра производства. Введем

$$\Phi(x_0, y_0) = \sum_{j=1}^n \beta_j \hat{R}_{0j} =$$

$$= \sum_{j=1}^n \beta_j \left[0,59 \left[(x_0 - x_j)^2 + (y_0 - y_j)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \right. \quad (5)$$

$$\left. + 0,41 \left[|x_0 - x_j| + |y_0 - y_j| \right] \right],$$

где β_j – весовой коэффициент для j -го потребителя, равный суммарному объему его заказов.

Функция (5) не дифференцируема. Поэтому минимизирующие значения x_0^* и y_0^* могут быть найдены любым методом оптимизации нулевого порядка, например методом Нелдера-Мида.

Простой приближенный метод отыскания координат центра производства состоит в расчете центра тяжести множеств пунктов потребления по формулам

$$x_0^* = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \beta_j x_j, \quad y_0^* = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \beta_j y_j. \quad (6)$$

Оценка качества системы определяется значением разности между получаемым доходом $F(n)$ от реализации продукции и эксплуатационными расходами $G(n, x_0^*, y_0^*)$, выше $\eta_1 = \Phi(x_0^*, y_0^*) = F(n) - G(n, x_0^*, y_0^*)$.

Этап 2. На этом этапе используются два пункта производства. При этом выбираются начальные

координаты этих центров производства, например, по формулам

$$x_0^{(1)} = \frac{1}{3} \left[\max_j \{x_j\} + \min_j \{x_j\} \right],$$

$$y_0^{(1)} = \frac{2}{3} \left[\max_j \{y_j\} + \min_j \{y_j\} \right],$$

$$x_0^{(2)} = \frac{2}{3} \left[\max_j \{x_j\} + \min_j \{y_j\} \right],$$

$$y_0^{(2)} = \frac{1}{3} \left[\max_j \{x_j\} + \min_j \{y_j\} \right]. \quad (7)$$

Теперь множество всех пунктов потребления разбивается на два кластера с использованием формул (4), (7).

При этом для каждого пункта потребления j вычисляются расстояния до каждого центра производства k , $k = 1, 2$,

$$\hat{R}_{kj} = 0,59R_{kj}^{(1)} + 0,41R_{kj}^{(2)}, \quad k = 1, 2.$$

Пункт потребления j подключается к кластеру k^* , который выбирается по формуле

$$k^* = \arg \min_k \frac{\hat{R}_{kj}}{\sum_{l \neq k} \hat{R}_{lj}}. \quad (8)$$

Смысл соотношения (8) понятен: предпочтительный кластер для пункта j выбирается так, чтобы минимизировать расстояние от этого пункта до центра выбираемого кластера и максимизировать сумму расстояний до центров остальных кластеров.

Далее новые координаты центров группирования для каждого из кластеров определяются с использованием (5) или (6).

Оценка качества системы определяется значением

$$\eta_2 = \Phi(x_0^{(1)*}, y_0^{(1)*}) + \Phi(x_0^{(2)*}, y_0^{(2)*}).$$

Содержание всех последующих этапов повторяет уже описанные.

Сравнение полученных значений $\eta_1, \eta_2, \eta_3, \dots$ позволяет определить наилучший вариант построения системы.

5. Результаты исследования

1. Получен быстрый приближенный метод структурного и параметрического синтеза в системе «производитель – распределённая сеть потребителей», мало уступающий по точности методу, использующему метрику «городских кварталов».

2. Практическая реализация метода для распределенной сети потребления, содержащей более десяти тысяч пунктов, подтвердила быструю сходимость и хорошую устойчивость вычислительной процедуры получения решения.

6. Выводы

Принципиальное достоинство предложенного метода синтеза в системе «производители-распределенная сеть потребителей» состоит в следующем. Вычисление расстояния между пунктами производства и потребления производится в специальной метрике, комбинирующей результаты расчетов в метриках евклидовой и «городских кварталов». При этом вычислительная сложность алгоритмов кластеризации и отыскания центров группирования остается на уровне алгоритма, использующего евклидову метрику, однако точность решения задачи приближается к точности алгоритма с метрикой «городских кварталов». Недостаток метода – неучет неопределенности относительно продолжительности прохождения маршрутов, возникающей в связи с влиянием трудно прогнозируемых факторов: время года, время суток, погодные условия, состояние дорожного покрытия, пробки, и т.д. Преодоление этого недостатка – основное направление дальнейших исследований.

Литература

1. Раскин, Л. Г. Анализ сложных систем и элементы теории управления [Текст] / Л. Г. Раскин. – М.: Сов. Радио, 1976. – 344 с.
2. Пигнастый, О. М. Стохастическое описание экономико-производственных систем с массовым выпуском продукции [Текст] / В. П. Демуцкий, В. С. Пигнастая, О. М. Пигнастый // Доповіді Нац. Академії Наук. – 2005. – № 7. – С. 66–71.
3. Демуцкий, В. П. Теория предприятия: Устойчивость функционирования массового производства и продвижения продукции на рынок [Текст] / В. П. Демуцкий, В. С. Пигнастая, О. М. Пигнастый. – Харьков: ХНУ им. Каразина, 2003. – 272 с.

4. Пигнастый, О. М. Статистическая теория производственных систем [Текст] / О. М. Пигнастый. – Харьков: ХНУ им. Каразина, 2007. – 388 с.

5. Серая, О. В. Многомерные модели логистики в условиях неопределенности [Текст] / О. В. Серая. – Х.: ФОП Стеценко, 2010. – 512 с.

6. Раскин, Л. Г. Прогнозирование технического состояния систем управления [Текст] / Ю. Т. Костенко, Л. Г. Раскин. – Х.: Основа, 1996. – 303 с.

7. Раскин, Л. Г. Математические методы оценки и прогнозирования технических показателей эксплуатационных свойств радиотехнических систем [Текст] / В. В. Зубарев, А. П. Ковтуненко, Л. Г. Раскин. – К.: изд. НАУ, 2005. – 184 с.

8. Серая, О. В. Модели и информационные технологии оценки и прогнозирования состояния многомерных динамических объектов в условиях нечетких исходных данных [Текст]: дис. ... канд. техн. наук / О. В. Серая. – Х., 2001. – 252 с.

9. Кофман, А. Введение в теорию нечетких множеств [Текст] / А. Кофман. – М.: Радио и связь, 1982. – 486 с.

10. Раскин, Л. Г. Нечеткая математика [Текст] / Л. Г. Раскин, О. В. Серая. – Х.: Парус, 2008. – 352 с.

References

1. Raskin, L. G. (1976). Analiz slozhnyh sistem i elementy teorii upravleniya. Moscow: Sov. Radio, 344.
2. Pignasty, O. M., Demutsky, V. P., Pignasty, V. S. (2005). Stokhasticheskoe opisanie ekonomiko-proizvodstvennykh sistem s massovym vyipuskom produktii [Stochastic description of the economic and production systems to mass production]. Reports Nat. Academy of Sciences, 7, 66–71.
3. Demutsky, V. P., Pignasty, O. M., Pignasty, V. S. (2003). Enterprise theory: Stability of functioning of mass production and promotion of products on the market. Kharkiv: KNU them. Karazin, 272.
4. Pignasty, O. M. (2007). Statistical theory of production systems. Kharkiv: KNU them. Karazin, 388.
5. Sira, O. V. (2010). Multivariate logistic models under uncertainty. Kharkiv: FOP Stetsenko, 512.
6. Raskin, L. G., Kostenko, Y. T. (1996). Technical state management systems forecasting. Kharkiv: Osнова, 303.
7. Raskin, L. G., Zubarev, V. V., Kovtunencko, A. P. (2005). Mathematical methods of assessment and prediction of the technical indicators of operational properties of radio systems. Kiev: ed. UNAM, 184.
8. Sira, O. V. (2001). Modeli i informatsionnyie tehnologii otsenki i prognozirovaniya sostoyaniya mnogomernykh dinamicheskikh ob'ektov v usloviyakh nechetkikh ishodnykh dannykh [Models and information technology assessment and forecasting of multivariate dynamic objects in a fuzzy initial data]. Kharkiv, 252.
9. Kofman, A. (1982). Vvedenie v teoriyu nechetkikh mnozhestv [Introduction to the theory of fuzzy sets]. Moscow: Radio i svyaz, 486.
10. Raskin, L. G., Seraja, O. V. (2008). Fuzzy mathematics. Kharkiv: Parus, 352.

Дата надходження рукопису 19.08.2016

Раскин Лев Григорьевич, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедры, кафедра Компьютерного мониторинга и логистики, Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», ул. Багалея, 21, г. Харьков, Украина, 61002
E-mail: chime@bk.ru

Карпенко Вячеслав Васильевич, преподаватель, кафедра Компьютерного мониторинга и логистики, Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», ул. Багалея, 21, г. Харьков, Украина, 61002
E-mail: karpenko@kml.kh.ua